

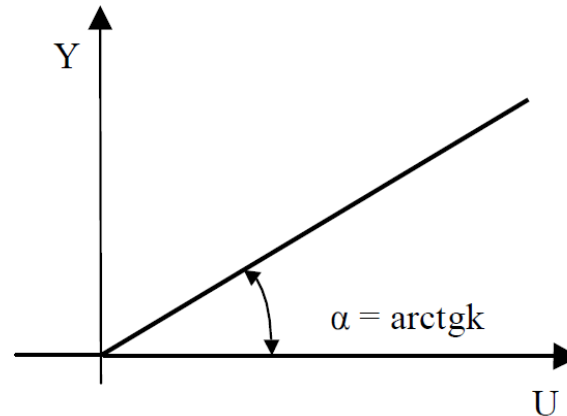
IDENTYFIKACJA OBIEKTÓW FIZYCZNYCH

Człon proporcjonalny

Równanie dynamiki członu ma następującą postać:
 $y(t) = ku(t)$,

gdzie k jest współczynnikiem wzmocnienia (proporcjonalności).
Transmitancja operatorowa wyraża się zależnością:
 $K(s) = k$

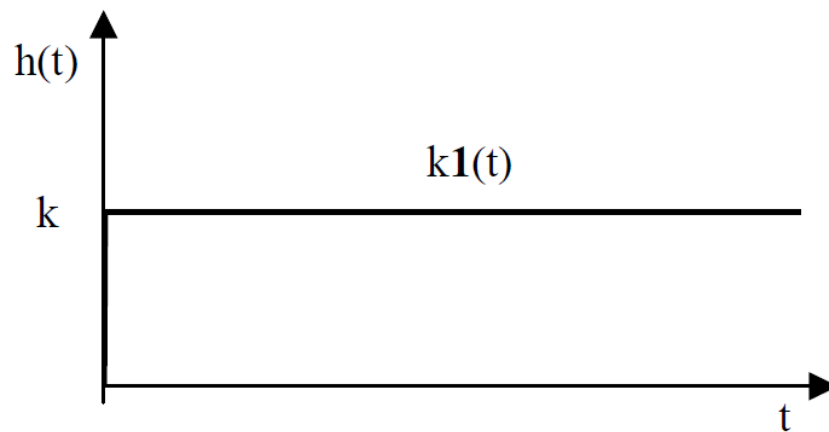
Równanie statyki (dla stanów ustalonych - wszystkie pochodne przyjmujemy jako zero) ma postać:
 $Y = kU$



Odpowiedź skokowa dla wymuszenia $u(t) = 1(t)$

wyraża się wzorem:

$$h(t) = k .$$



Człon inercyjny pierwszego rzędu

Równanie dynamiki członu inercyjnego pierwszego rzędu:

$$T \frac{dy}{dt} + y = ku$$

gdzie: k – współczynnik wzmacnienia,
 T – stała czasowa.

Równanie dynamiki w postaci operatorowej ma postać:

$$Y(s)(Ts + 1) = kU(s)$$

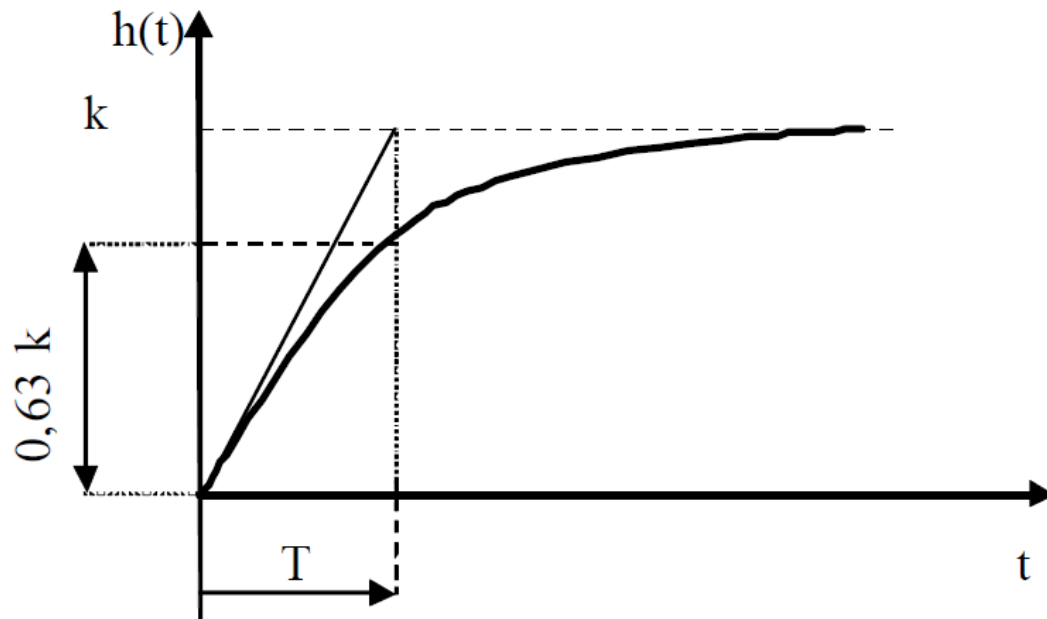
Transmitancja operatorowa opisana jest wzorem:

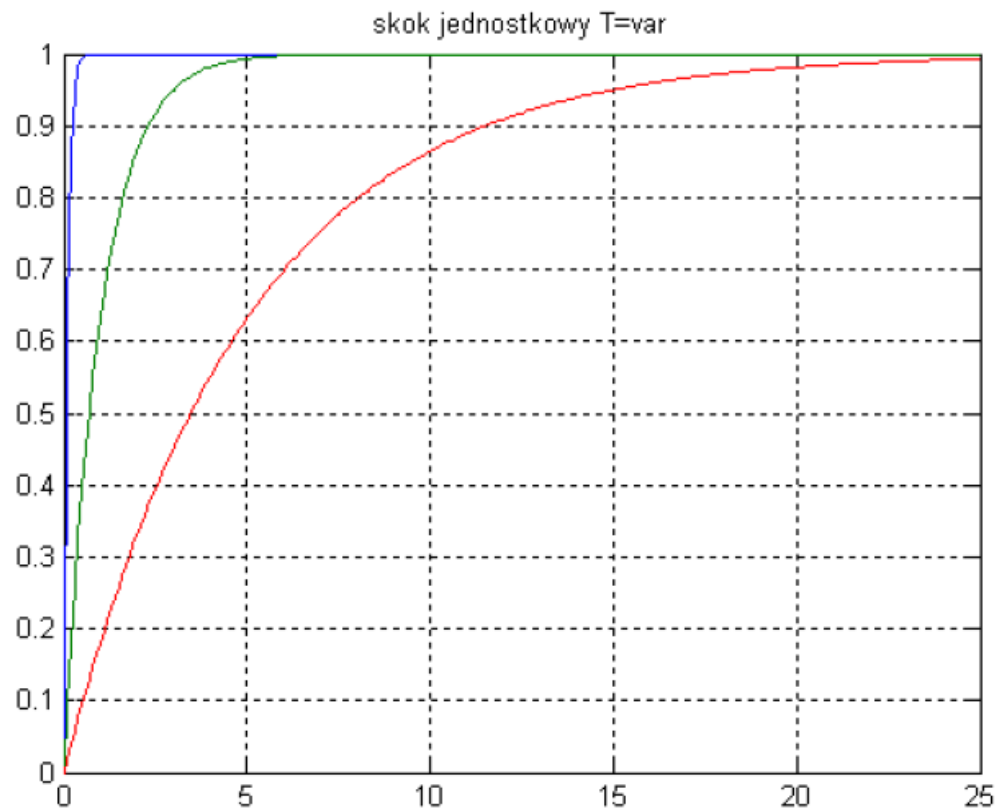
$$K(s) = \frac{k}{Ts + 1}$$

Odpowiedź skokową członu inercyjnego pierwszego rzędu otrzymujemy korzystając z odwrotnego przekształcenia Laplace'a

$$h(t) = k(1 - e^{-\frac{t}{T}})$$

Stała czasowa T określa czas dochodzenia do nowego stanu ustalonego po zakłóceniu spowodowanym sygnałem skokowym. W praktyce przyjmuje się, następuje to po około pięciu stałych czasowych T .





Odpowiedzi na skok jednostkowy członu inercyjnego I-rzedu dla trzech różnych stałych czasowych: $T_1=0,1$; $T_2=1$; $T_3=5$.

Człon oscylacyjny

Równanie dynamiki członu oscylacyjnego ma postać:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 2\xi\omega_n \frac{dy}{dt} + \omega_n^2 y = k\omega_n^2 u$$

gdzie: k – współczynnik wzmocnienia,

ω_n – współczynnik drgań nietłumionych (pulsacja drgań nietłumionych),

ξ – współczynnik tłumienia.

Postać operatorowa powyższych równań:

$$Y(s) = \frac{k\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} U(s)$$

Transmitancja operatorowa przedstawia się następująco:

$$K(s) = \frac{k\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$K(s) = \frac{k\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

Równanie w mianowniku transmitancji operatorowej jest wielomianem drugiego rzędu i w zależności od wyróżnika może mieć różne pierwiastki. Dla układu oscylacyjnego zachodzi warunek $\xi < 1$.

$$s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 = 0,$$

$$\Delta = 4\xi^2\omega_n^2 - 4\omega_n^2 = 4\omega_n^2(\xi^2 - 1)$$

Aby wyróżnik powyższych równań był mniejszy od zera, współczynnik tłumienia ξ musi spełniać zależność $0 < \xi < 1$.

Wtedy równanie, ma dwa pierwiastki sprzężone:

$$s_1 = -\omega_n(\xi - j\sqrt{1 - \xi^2})$$

$$s_2 = -\omega_n(\xi + j\sqrt{1 - \xi^2})$$

Postać transmitancji operatorowej można przedstawić następująco:

$$K(s) = \frac{k\omega_n^2}{(s + \omega_n(\xi - j\sqrt{1-\xi^2}))(s + \omega_n(\xi + j\sqrt{1-\xi^2}))}$$

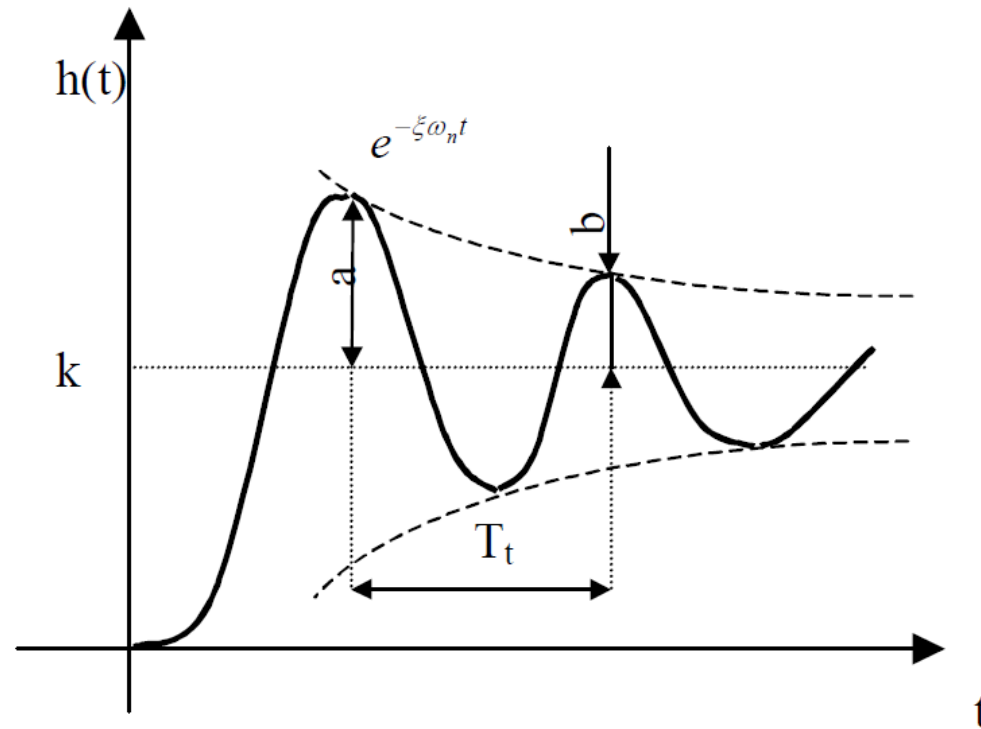
Odpowiedz skokowa członu oscylacyjnego $h(t)$

$$h(t) = k[1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_n t} \sin(\omega_w t + \varphi)]$$

gdzie $\omega_w = \omega_n \sqrt{1-\xi^2}$ pulsacja drgań własnych

$$h(t) = k[1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_n t} \sin(\omega_w t + \varphi)]$$

Charakterystykę skokową członu oscylacyjnego przedstawiono na rys.



$$\begin{aligned}
h(t_a) &= k[1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_n t_a} \sin(\omega_n \sqrt{1-\xi^2} t_a + \varphi)], \\
h(t_b) &= k[1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_n t_b} \sin(\omega_n \sqrt{1-\xi^2} t_b + \varphi)], \\
\frac{h(t_a) - k}{h(t_b) - k} &= \frac{a}{b} = \frac{e^{-\xi\omega_n t_a}}{e^{-\xi\omega_n t_b}} = e^{\xi\omega_n (t_b - t_a)} = e^{\xi\omega_n T_t}.
\end{aligned} \tag{1}$$

dla funkcji sinusoidalnej zachodzi zależność:

$$\begin{aligned}
\omega_w T_t &= \omega_n \sqrt{1-\xi^2} T_t = 2\pi \\
\omega_n &= \frac{2\pi}{\sqrt{1-\xi^2} T_t}
\end{aligned} \tag{2}$$

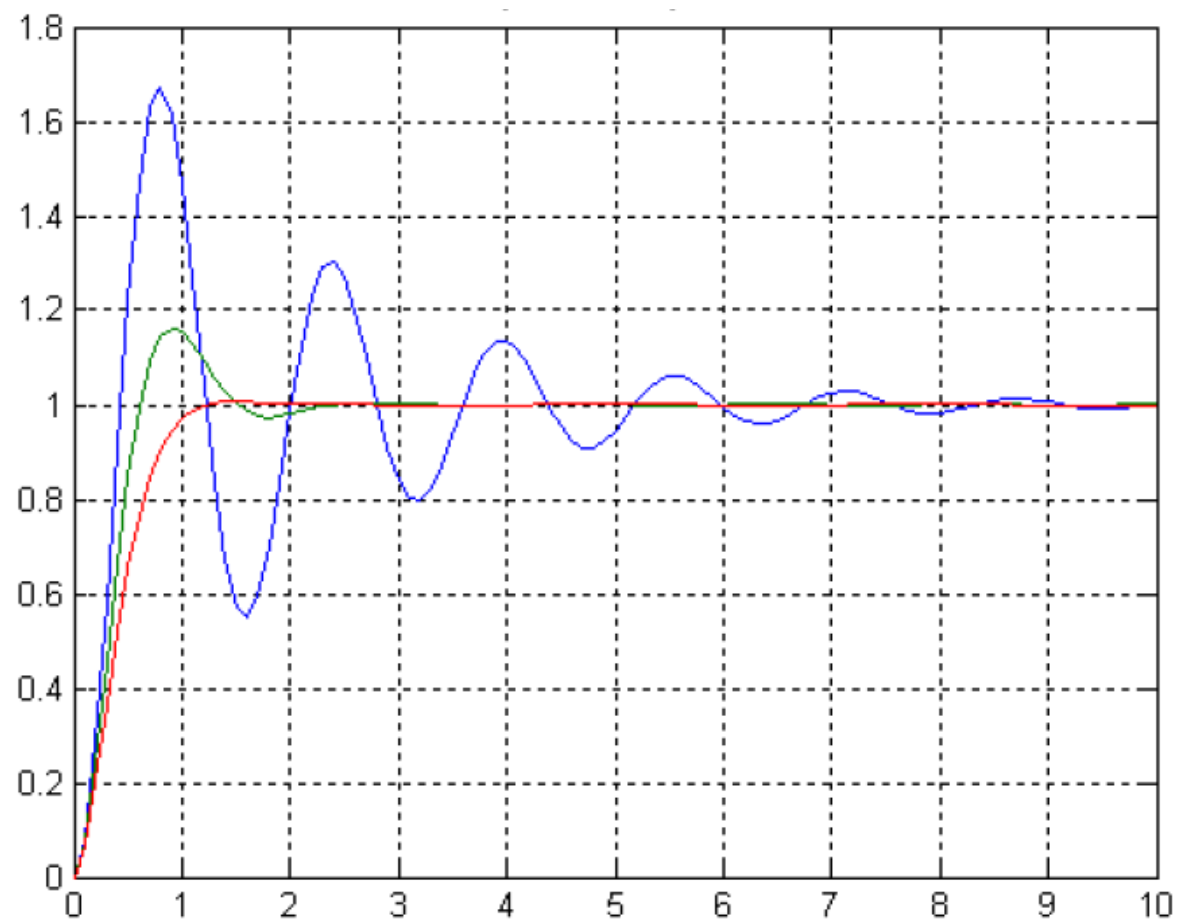
Podstawiając zależność (2) do wyrażenia (1) otrzymujemy:

$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \xi \omega_n T_t = \xi \frac{2\pi}{\sqrt{1 - \xi^2}}$$

stąd

$$\xi = \frac{\ln\left(\frac{a}{b}\right)}{\sqrt{4\pi^2 + \ln^2\left(\frac{a}{b}\right)}}$$

Tak więc dokonując pomiarów a , b , T_t na charakterystyce skokowej, otrzymanej np. na drodze doświadczalnej, można wyznaczyć parametry ξ i ω_n , czyli zidentyfikować parametry modelu obiektu.



odpowiedzi układu oscylacyjnego dla
trzech różnych wartości parametru ξ :
 $\xi_1=0,125$; $\xi_2=0,5$; $\xi_3=0,85$

